

FIȘA DISCIPLINEI

1. Date despre program

1.1 Instituția de învățământ superior	Universitatea Transilvania din Brașov
1.2 Facultatea	Matematică și Informatică
1.3 Departamentul	Matematică și Informatică
1.4 Domeniul de studii de ¹⁾	Matematică
1.5 Ciclul de studii ²⁾	Master
1.6 Programul de studii/ Calificarea	Structuri matematice fundamentale/Matematică

2. Date despre disciplină

2.1 Denumirea disciplinei	Metode variaționale							
2.2 Titularul activităților de curs	Conf. dr. ISAIA Florin							
2.3 Titularul activităților de seminar/ laborator/ proiect	Conf. dr. ISAIA Florin							
2.4 Anul de studiu	1	2.5 Semestrul	2	2.6 Tipul de evaluare	E	2.7 Regimul disciplinei	Conținut ³⁾	DCA
							Obligativitate ⁴⁾	DI

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1 Număr de ore pe săptămână	4	din care: 3.2 curs	2	3.3 seminar/ laborator/ proiect	2
3.4 Total ore din planul de învățământ	56	din care: 3.5 curs	28	3.6 seminar/ laborator/ proiect	28
Distribuția fondului de timp					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe					89
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					4
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					20
Tutoriat					3
Examinări					3
Alte activități.....					-
3.7 Total ore de activitate a studentului	119				
3.8 Total ore pe semestru	175				
3.9 Numărul de credite ⁵⁾	7				

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1 de curriculum	Asimilarea cunoștințelor de bază din disciplinele: Analiză matematică, Analiză funcțională, Teoria măsurii, Ecuatii cu derivate parțiale
4.2 de competențe	Utilizarea metodelor și conceptelor de bază ale disciplinelor: Analiză matematică, Analiză funcțională, Teoria măsurii, Ecuatii cu derivate parțiale

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1 de desfășurare a cursului	Existența unei săli care să asigure minim 1 m²/student și care să fie dotată corespunzător pentru curs (video-proiector și două table de min. 2 m²)
5.2 de desfășurare a seminarului/ laboratorului/ proiectului	Existența unei săli care să asigure minim 1 m²/student și care să fie dotată corespunzător pentru seminar (două table de min. 2 m²)

6. Competențe specifice acumulate (conform grilei de competențe din planul de învățământ)

Competențe profesionale	Cp. 1. Consolidarea cunoștințelor de analiză matematică, geometrie, probabilități și statistică și de modelare matematică. RÎ. 1.1. Absolventul poate să utilizeze limbajul matematicii moderne în tratarea unei problematice matematice teoretice; RÎ. 1.2. Absolventul poate să controleze corectitudinea unor raționamente folosind logica matematică; RÎ. 1.3. Absolventul poate să încadreze o problemă într-un cadru teoretic studiat; RÎ. 1.4. Absolventul poate să aplice metode și tehnicile matematicii moderne la soluționarea unor game variate de probleme; RÎ. 1.5. Absolventul poate să ofere demonstrații și explicații privind validitatea rezultatelor matematice afirmate; RÎ. 1.6. Absolventul poate să redacteze în mod riguros un raționament matematic pentru demonstrarea unui rezultat matematic; RÎ. 1.7. Absolventul poate să aplice metode și tehnici matematice pentru rezolvarea unor probleme practice; RÎ. 1.10. Absolventul poate să analizeze algoritmi care conduc la soluționarea unor probleme practice; RÎ. 1.12. Absolventul poate utiliza teoria ecuațiilor diferențiale și cu derivate parțiale pentru rezolvarea unor probleme teoretice și practice; RÎ. 1.16. Absolventul poate aplica principiile generale ale analizei neliniare pentru studiul unor procese de convergență; Cp. 2. Cunoașterea unor teorii moderne ale matematicii și a unor direcții actuale ale cercetării științifice. RÎ. 2.3. Absolventul poate aplica teoria generală a operatorilor în probleme de natură generală: Competențe aplicativ-practice (instrumental-operaționale): Cp. 3. Capacitatea de operare la un nivel de înțelegere superior a cunoștințelor de matematică în activitate didactică și de aplicare în domenii diferite. RÎ. 3.2. Absolventul poate transmite cunoștințe matematice bine organizate unui public auditor; RÎ. 3.3. Absolventul este capabil să facă interconexiuni între diferite domenii matematice; RÎ. 3.4. Absolventul poate realiza materiale de sinteză privind un subiect teoretic sau aplicativ; RÎ. 3.5. Absolventul poate să încadreze o problemă într-un cadru teoretic studiat; RÎ. 3.7. Absolventul poate să ofere demonstrații și explicații privind validitatea rezultatelor matematice afirmate; RÎ. 3.8. Absolventul poate să redacteze în mod riguros un raționament matematic pentru demonstrarea unui rezultat matematic; Cp. 4. Capacitatea de a efectua cercetare științifică. RÎ. 4.1. Absolventul poate identifica o problemă de cercetare matematică pe care să o poată dezvolta prin contribuție personală; RÎ. 4.2. Absolventul poate să utilizeze și să selecteze din sursele de informare oferite de publicații și bazele de date; RÎ. 4.3. Absolventul poate să interpreteze rezultatele unor calcule matematice și să aleagă soluțiile convenabile;
-------------------------	--

Competențe transversale	Ct. 1. Comunicarea și cooperarea în contexte profesionale RÎ. 1.1. Absolventul utilizează strategii de comunicare asertivă și non-violentă cu elevii și preșcolarii. RÎ. 1.2. Absolventul este folosește un repertoriu specific de comunicare cu interlocutori care aparțin unor culturi diferite, promovând comunicarea interculturală. RÎ. 1.3. Absolventul utilizează tehnici de comunicare și relaționare în mediul virtual. RÎ. 1.4. Absolventul este capabil să coopereze și să se integreze în echipe profesionale de lucru din domeniul educațional și în echipe interdisciplinare. RÎ. 1.5. Absolventul își adaptează limbajul și repertoriul de comunicare la particularitățile interlocutorilor. RÎ. 1.6. Absolventul poate susține prezentări și comunicări în public pentru promovarea cunoașterii și a valorilor profesionale. Ct. 2. Dezvoltarea și managementul carierei RÎ. 2.1. Absolventul se documentează și identifică oportunități de formare profesională continuă. RÎ. 2.2. Absolventul formulează obiective privind evoluția în carieră și identifică strategii de acțiune în acest sens. RÎ. 2.3. Absolventul se autoevaluează și reflectează asupra propriei cariere, identificând strategii de reglare și depășire a dificultăților profesionale. RÎ. 2.4. Absolventul deține strategii de reglare și control al stresului profesional și personal. RÎ. 2.5. Absolventul cunoaște și aplică tehnici de management al timpului profesional și personal. RÎ. 2.6. Absolventul îndeplinește atribuțiile profesiei didactice cu responsabilitate, cu respectarea eticii și deontologiei profesionale.

7. Obiectivele disciplinei (reieșind din competențele specifice acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	Metodele variaționale reprezintă instrumente puternice în studiul ecuațiilor cu derivate parțiale neliniare și, în general, în studiul fenomenelor neliniare ce apar în fizică și în alte științe cu caracter aplicativ. Ideea de bază este următoarea: atunci când este dificil să rezolvi direct o ecuație neliniară, este de multe ori mai ușor să o interpretezi ca pe o problemă de aflare a unui punct critic pentru o funcțională asociată ecuației studiate (numită în practică și funcțională a energiei). Obiectivul general al acestei discipline este să identifice câteva clase de probleme neliniare ce se pot studia folosind metode variaționale care sunt doar o parte din tehnicile specifice analizei funcționale neliniare.
7.2 Obiectivele specifice	Obiectivele specifice ale acestei discipline se referă la familiarizarea studenților cu următoarele noțiuni: funcționala energiei, ecuația Euler-Lagrange, soluții slabe ale ecuațiilor cu derivate parțiale, minimizanți ai funcționalei energiei, puncte și ale funcționalei energiei, coercivitate, semicontinuitate, convexitate, condiție Palais-Smale, multiplicatori Lagrange.

8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode de predare	Număr de ore	Observații
1. Extremele funcționalelor diferențiabile. -Condiții necesare de extrem local pentru funcționale diferențiabile. -Condiții necesare și condiții suficiente de extrem local pentru funcționale de două ori diferențiabile.	Prelegere clasică, Conversație	4	
2. Calcul variațional clasic (Metode indirecte). -Variația de ordinul întâi. Ecuația lui Euler. Integrale prime. -Variația de ordinul al doilea. Condiția necesară a lui Legendre. Condițiile suficiente ale lui Weierstrass. -Generalizări: Sistemul Euler-Lagrange. Ecuația Euler-Poisson. Ecuația Euler-Ostrogradski.	Prelegere clasică, Conversație	8	

-Principiul variațional al lui Dirichlet. -Probleme izoperimetrice. Multiplcatorul lui Lagrange. Legătura cu problema Sturm-Liouville.			
3. Spații funcționale -Spațiile Lebesgue: definiție și proprietăți (aproximare prin funcții continue, reflexivitate, dualitate) -Spațiile Sobolev: definiție și proprietăți (aproximare prin funcții netede, reflexivitate, dualitate, scufundări Sobolev, operatorul de urmă)	Prelegere clasică, Conversație	4	
4. Calcul variațional nenetede (Metode directe). -Funcționala energiei. Ecuația Euler-Ortrogradski. Noțiunea de soluție slabă. -Rezolvarea problemei variaționale nenetede: Coercivitate, Convexitate, Semicontinuitate inferioară slabă, Teoreme de existență și unicitate pentru minimizanți. -Probleme izoperimetrice nenetede. Multiplcatorul lui Lagrange. Teoreme de existență pentru minimizanți.	Prelegere clasică, Conversație	12	
Bibliografie [1] R. A. Adams, J. J. Fournier: <i>Sobolev spaces. 2nd edition</i> , Elsevier, Amsterdam, 2003. [2] Haïm Brezis: <i>Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations</i> , Springer, New York, 2011. [3] George Dinca: <i>Metode variaționale și aplicații</i> , Editura Tehnică, București, 1980. [4] L. C. Evans: <i>Partial Differential Equations</i> , Graduate Studies in Mathematics 19, Providence, RI, American Mathematical Society, 2010. [5] I.M. Gelfand, S.V. Fomin – <i>Calculus of variations</i> . Revised english edition, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1963. [6] A. Haimovici – <i>Ecuațiile fizicii matematice si elemente de calcul variațional</i> , Editura Didactică și Pedagogică, București, 1966. [7] F. Isaia – <i>Metode variaționale</i> , Note de curs [8] O. Kavian: <i>Introduction à la théorie des points critiques (et applications aux problèmes elliptiques)</i> , Springer-Verlag, Paris, 1993. [9] M.L. Krasnov, G.I. Makarenko, A.I. Kiselev – <i>Problems and exercises in the Calculus of variations</i> , Mir Publishers, Moscow, 1975. [10] G.E. Șilov – <i>Analiză Matematică. Curs special (Ediția a doua)</i> , Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1989. [11] V.I. Smirnov – <i>Curs de matematici superioare. Vol. IV</i> , Editura Tehnică, București, 1956. [12] N. Teodorescu, V. Olariu – <i>Ecuații diferențiale și cu derivate parțiale</i> , Editura Tehnică, București, 1980. [13] J. Calder, <i>The calculus of variations</i> , University of Minnesota, 2020. [14] H. Kielhöfer, <i>Calculus of variations-An introduction to the one-dimensional theory with examples and exercises</i> , Springer, 2018.			
8.2 Seminar/ laborator/ proiect	Metode de predare-învățare	Număr de ore	Observații
1. Studiul continuității și diferențiabilității unor funcționale. Calculul variațiilor de ordinele 1 și 2 pentru diferite funcționale.	Expunere interactivă. Învățare prin probleme	2	
2. Studiul punctelor de extrem local pentru diferite funcționale.	Expunere interactivă. Învățare prin probleme	2	
3. Aflarea extreemalelor unor funcționale de tip integral prin rezolvarea ecuației lui Euler sau a unor integrale prime sau a sistemul Euler-Lagrange sau a ecuației Euler-Poisson sau a ecuației Euler-Ostrogradski. Verificarea minimului sau maximului.	Expunere interactivă. Învățare prin probleme	10	
4. Problema brahistocronei. Problema suprafeței de rotație de arie minimă	Expunere interactivă. Învățare prin probleme	2	

5. Rezolvarea de probleme izoperimetrice. Probleme Sturm-Liouville.	Expunere interactivă. Învățare prin probleme	2	
6. Problema Didonei. Problema lăntșorului.	Expunere interactivă. Învățare prin probleme	2	
7. Aflarea funcționalei energiei pentru diferite ecuații cu derivate parțiale. Aflarea ecuației Euler-Ostrogradski pentru diferite funcționale ale energiei.	Expunere interactivă. Învățare prin probleme	2	
8. Demonstrarea existenței și/sau unicității minimizantilor pentru diferite funcționale concrete ale energiei. Demonstrarea existenței și/sau unicității soluțiilor slabe pentru diferite probleme la limită asociate unor ecuații cu derivate parțiale	Expunere interactivă. Învățare prin probleme	4	
9. Demonstrarea existenței soluțiilor slabe netriviiale pentru diferite probleme la limită asociate unor ecuații eliptice neliniare de tip divergență folosind multiplicatorii lui Lagrange	Expunere interactivă. Învățare prin probleme	2	

Bibliografie

- [1] George Dinca: *Metode variaționale și aplicații*, Editura Tehnică, București, 1980.
- [2] L. C. Evans: *Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Mathematics 19, Providence, RI, American Mathematical Society, 2010.
- [3] I.M. Gelfand, S.V. Fomin – *Calculus of variations*. Revised english edition, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1963.
- [4] A. Haimovici – *Ecuatiile fizicii matematice si elemente de calcul variațional*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1966.
- [5] F. Isaia – *Calcul variațional*, Note de curs.
- [6] M.L. Krasnov, G.I. Makarenko, A.I. Kiselev – *Problems and exercises in the Calculus of variations*, Mir Publishers, Moscow, 1975.
- [7] G.E. Șilov – *Analiză Matematică. Curs special (Ediția a doua)*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1989.
- [8] V.I. Smirnov – *Curs de matematici superioare. Vol. IV*, Editura Tehnică, București, 1956.
- [9] N. Teodorescu, V. Olariu – *Ecuatii diferențiale și cu derivate parțiale*, Editura Tehnică, București, 1980.
- [10] J. Calder, *The calculus of variations*, University of Minnesota, 2020.
- [11] H. Kielhöfer, *Calculus of variations-An introduction to the one-dimensional theory with examples and exercises*, Springer, 2018.

9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunităților epistemice, ale asociațiilor profesionale și ale angajatorilor reprezentativi din domeniul aferent programului

--

10. Evaluare

Tip de activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 Metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	Asimilarea de către studenți a noțiunilor teoretice de bază din tematicile disciplinei. Enunțarea corectă a rezultatelor teoretice. Demonstrarea unor rezultate teoretice	Examen scris ce constă din 2 subiecte teoretice în care se cer definiții de noțiuni teoretice, enunțuri de rezultate teoretice și demonstrarea de rezultate teoretice	50%
10.5 Seminar/ laborator/ proiect	Demonstrarea abilităților de aplicare a cunoștințelor teoretice în rezolvarea de probleme	Examen scris ce constă din 2 subiecte aplicative (probleme)	50%
10.6 Standard minim de performanță			

- Examenul constă din două subiecte de teorie și două probleme. Fiecare subiect va primi un punctaj de la 1 la 10. În final se face media aritmetică. Pentru promovare, fiecare student trebuie să obțină cel puțin nota 5.

Prezenta Fișă de disciplină a fost avizată în ședința de Consiliu de departament din data de 26/09/2024 și aprobată în ședința de Consiliu al facultății din data de 26/09/2024

Conf. dr. Ion Gabriel Stan Decan	Conf. dr. Nicușor Minculete Director de departament
Conf. dr. Florin ISAIA Titular de curs	Conf. dr. Florin ISAIA Titular de seminar/ laborator/ proiect

Notă:

- ¹⁾ Domeniul de studii - se alege una din variantele: Licență/ Masterat/ Doctorat (se completează conform cu Nomenclatorul domeniilor și al specializărilor/ programelor de studii universitare în vigoare);
- ²⁾ Ciclul de studii - se alege una din variantele: Licență/ Masterat/ Doctorat;
- ³⁾ Regimul disciplinei (conținut) - se alege una din variantele: DF (disciplină fundamentală)/ DD (disciplină din domeniu)/ DS (disciplină de specialitate)/ DC (disciplină complementară) - pentru nivelul de licență; DAP (disciplină de aprofundare)/ DSI (disciplină de sinteză)/ DCA (disciplină de cunoaștere avansată) - pentru nivelul de masterat;
- ⁴⁾ Regimul disciplinei (obligativitate) - se alege una din variantele: DI (disciplină obligatorie)/ DO (disciplină opțională)/ DFac (disciplină facultativă);
- ⁵⁾ Un credit este echivalent cu 25 de ore de studiu (activități didactice și studiu individual).