

Formula lui Zagier pentru valorile zeta multiple și varianta impară

Cezar LUPU^{1*}

¹Institutul de Științe Matematice și Aplicații din Beijing
Centrul Yau de Științe Matematice, Universitatea Tsinghua, China

Abstract. În această prelegere, vom revizui faimoasa formulă a lui Zagier pentru valorile zeta multiple și pentru varianta impară a acesteia, formula datorat lui Murakami. Formula lui Zagier este specifică unei familii Hoffman de evaluare,

$$H(a, b) = \zeta(\underbrace{2, 2, \dots, 2}_a, 3, \underbrace{2, 2, \dots, 2}_b),$$

care poate fi exprimată ca combinații $\mathbb{Q}$ -liniare de produse de tipul $\pi^{2m}\zeta(2n+1)$ cu $m+n=a+b+1$. Această formulă pentru $H(a, b)$ a jucat un rol crucial în demonstrarea conjecturii lui Hoffman de către Francis Brown în 2012. Conjectura lui Hoffman (Teorema lui Brown) afirmă ca toate valorile zeta multiple cu pondere dată sunt combinații $\mathbb{Q}$ -liniare de valori zeta multiple aceeași pondere și având în componența lor 2 și 3. Similar, în cazul valorilor t -multiple (valorile zeta multiple impare), foarte recent, Murakami a demonstrat o versiune a teoremei lui Brown care afirmă că orice valoare zeta multiplă este combinație $\mathbb{Q}$ -liniară de elemente de tipul $\{t(k_1, \dots, k_r) : k_1, \dots, k_r \in \{2, 3\}\}$. Din nou, demonstrația se reduce la a evalua o familie de tip Hoffman de valori t -multiple,

$$T(a, b) = t(\underbrace{2, 2, \dots, 2}_a, 3, \underbrace{2, 2, \dots, 2}_b).$$

Vom arăta cum cele două formule pentru $H(a, b)$ și $T(a, b)$ sunt înrudite cu o surprinzătoare integrală "cotangenta". În acest mod, vom obține demonstrații directe pentru ambele formule. (Colaborare cu Li Lai și Derek Orr).

*E-mail: lupucezar@gmail.com