

PROGRAMA CONCURSULUI NAȚIONAL DE MATEMATICĂ PENTRU STUDENȚI

“TRAIAN LALESCU” -2021

**PROGRAMA - SECȚIUNEA A** – facultăți de matematică și informatică

**Anul I-II-III**

**I. Structuri algebrice**

- Legi de compoziție. Monoizi.
- Grupuri. Subgrupuri.
- Grupuri finite. Ordinul unui element într-un grup. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy. Grupuri finit generate.
- Grupuri ciclice. Grupuri de permutări.
- Inele. Inele de matrice.
- Corpuri, caracteristica unui corp. Orice corp finit este comutativ.
- Morfisme de monoizi/grupuri/inele/corpuri.

**II. Polinoame**

- Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ.
- Funcții polinomiale. Rădăcini ale polinoamelor. Teorema lui Bezout. Relațiile lui Viete.
- Teorema fundamentală a algebrei.
- Polinoame ireductibile.

**III. Algebră liniară**

- Matrice, rang, determinanți, sisteme de ecuații liniare.
- Inegalitatea lui Sylvester (Frobenius) asupra rangului produsului a două (trei) matrice.
- Polinom caracteristic. Teorema Hamilton-Cayley. Valori proprii.

**IV. Analiză matematică**

- Mulțimi numărabile și nenumărabile (**N**, **Z**, **Q** sunt numărabile și **R** este nenumărabilă).
- Mulțimi dense în **R**, lema intervalelor închise (Cantor).
- Șiruri de numere reale. Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert. Puncte limită pentru șiruri.
- Continuitate în **R**, continuitate uniformă. Discontinuități de prima și a doua speță. Funcții cu proprietatea valorii intermediare (Darboux).
- Calcul diferențial în **R**. Teoremele lui Rolle, Lagrange, Cauchy. Teorema lui Darboux. Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange. Funcții convexe.
- Primitive.

- Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate.
- Integrala Riemann. Teoremele clasice ale calculului integral.
- Mulțimi neglijabile Lebesgue. Criteriul lui Lebesgue.

## **PROGRAMA - SECȚIUNEA B și C**

### **Anul I**

B1 – facultăți tehnice - profil electric: facultăți de automatică, calculatoare, electronică, telecomunicații etc.)

C1 - facultăți tehnice - profil neelectric: facultăți de mecanică, construcții, hidrotehnică, energetică etc.)

### **Anul II**

B2 – facultăți tehnice - profil electric: facultăți de automatică, calculatoare, electronică, telecomunicații etc.)

C2 - facultăți tehnice - profil neelectric: facultăți de mecanică, construcții, hidrotehnică, energetică etc.)

### **Secțiunea B1:**

Algebră, Combinatorică (clasa a X-a)

Algebră și Analiză Matematică (clasa a XI-a)

Analiză Matematică (clasa a XII-a)

Șiruri și serii numerice (din materia de facultate)

### **Secțiunea C1:**

Algebră și Analiză Matematică (clasa a XI-a)

Geometrie Vectorială (clasa a IX-a)

Analiză Matematică (clasa a XII-a)

### **Secțiunea B2:**

#### **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

1. Mulțimea numerelor reale și elemente de topologie  
Puncte de acumulare și aderente. Vecinătăți. Dreapta încheiată. Submulțimi numărabile și de puterea continuului. Submulțimi dense. Inegalități remarcabile.

2. Șiruri și serii de numere

Șiruri de numere. Șiruri definite prin recurențe. Serii de numere. Criterii de convergență pentru serii cu termeni pozitivi și oarecare.

### 3. Funcții continue

Limite de funcții de una sau mai multe variabile. Puncte limită. Funcții elementare. Proprietatea Darboux. Continuitate uniformă. Funcții continue pe compacte.

### 4. Șiruri și serii de funcții

Convergența punctuală și uniformă. Transmiterea proprietăților de continuitate, derivabilitate și integrabilitate la limita șirului sau suma seriei. Serii de puteri. Dezvoltarea funcțiilor elementare în serie de puteri. Serii Fourier. Inegalitatea lui Bessel, formula lui Parseval.

### 5. Calcul diferențial pentru funcții de una și de mai multe variabile

Teoreme asupra funcțiilor derivabile pe intervale: Fermat, Darboux, Cauchy, Lagrange. Formula lui Taylor pentru funcții de o variabilă reală cu restul Lagrange. Derivate parțiale. Derivata după direcție

Derivarea funcțiilor compuse. Diferențiala funcțiilor de una și mai multe variabile. Formula lui Taylor pentru funcții de mai multe variabile. Extreme de funcții.

### 6. Calcul integral

Integrala Riemann. Integrale improprii și criterii de convergență. Integrale cu parametru. Continuitatea, derivabilitatea și integrabilitatea integralei cu parametru. Funcțiile beta și gama ale lui Euler.

## ALGEBRĂ

### 1. Matrice și determinanți

Determinanți. Transformări elementare. Matrice simetrice, antisimetrice, ortogonale. Calcul cu matrice de blocuri. Sisteme de ecuații liniare.

### 2. Spații vectoriale

Subspații liniare. Subspațiul generat. Operații cu subspații. Bază și dimensiune. Matricea schimbării de baze.

### 3. Aplicații liniare

Nucleu și imagine. Matricele unei aplicații liniare. Valori proprii și vectori proprii pentru endomorfisme și forma diagonală. Forma canonică Jordan (fără algoritmul de calcul). Polinom caracteristic; teorema Cayley-Hamilton. Forme liniare, biliniare și pătratice. Forma canonică a unei forme pătratice.

### 4. Spații euclidiene și normate

Produs scalar. Norma indusă. Distanța euclidiană. Ortogonalizare Gram-Schmidt. Determinanți Gram. Distanța de la un vector la un subspațiu. Complementul ortogonal al unui subspațiu. Operatori ortogonali. Metoda transformărilor ortogonale pentru forma canonică a unei forme pătratice. Spații normate. Norme matriceale, serii de puteri ale unei matrice.

## GEOMETRIE

### 1. Geometrie vectorială

Spațiul vectorial al vectorilor liberi. Vectori de poziție. Produse cu vectori: scalar, vectorial, mixt. Ecuații vectoriale pentru dreaptă, plan, cerc, sferă.

### 2. Geometrie analitică

Coordonate în plan și spațiu. Dreapta în spațiu. Planul în spațiu. Perpendiculara comună a două drepte. Conice și quadrice pe ecuații reduse. Reducerea la forma canonică a conicelor și quadricelor.

## Secțiunea C2:

## ANALIZĂ MATEMATICĂ

### 1. Mulțimi de numere

Mulțimea numerelor reale și elemente de topologie. Inegalități remarcabile.

### 2. Șiruri și serii de numere

Șiruri de numere reale. Șiruri definite prin recurențe. Serii de numere. Criterii de convergență pentru serii cu termeni pozitivi și oarecare.

### 3. Funcții continue

Limite de funcții de una sau mai multe variabile. Puncte limită. Funcții elementare. Proprietatea Darboux. Continuitate uniformă. Funcții continue pe compacte.

### 4. Șiruri și serii de funcții

Convergența punctuală și uniformă. Transmiterea proprietăților de continuitate, derivabilitate și integrabilitate la limita șirului sau suma seriei. Serii de puteri. Dezvoltarea funcțiilor elementare în serie de puteri.

### 5. Calcul diferențial pentru funcții de una și de mai multe variabile

Teoreme asupra funcțiilor derivabile pe intervale: Fermat, Darboux, Cauchy, Lagrange. Formula lui Taylor pentru funcții de o variabilă reală cu restul Lagrange. Derivate parțiale. Derivata după direcție

Derivarea funcțiilor compuse. Diferențiala funcțiilor de una și mai multe variabile. Formula lui Taylor pentru funcții de mai multe variabile. Extreme de funcții.

### 6. Calcul integral

Integrala Riemann.

Integrale improprii și criterii de convergență. Integrale cu parametru. Continuitatea, derivabilitatea și integrabilitatea integralei cu parametru. Funcțiile beta și gama ale lui Euler.

## ALGEBRĂ

### 1. Matrice și determinanți

Determinanți. Matrice simetrice, antisimetrice, ortogonale. Sisteme de ecuații liniare.

### 2. Spații vectoriale

Subspații liniare. Subspațiul generat. Operații cu subspații. Bază și dimensiune. Matricea schimbării de baze.

### 3. Aplicații liniare

Nucleu și imagine. Matricele unei aplicații liniare. Valori proprii și vectori proprii pentru endomorfisme și forma diagonală. Polinom caracteristic; teorema Cayley-Hamilton. Forme liniare, biliniare și pătratice. Forma canonică a unei forme pătratice.

### 4. Spații euclidiene și normate

Produs scalar. Norma indusă. Distanța euclidiană. Ortogonalizare Gram-Schmidt. Complementul ortogonal al unui subspațiu. Metoda transformărilor ortogonale pentru forma canonică a unei forme pătratice. Spații normate.

## GEOMETRIE

### 1. Geometrie vectorială

Spațiul vectorial al vectorilor liberi. Vectori de poziție. Produse cu vectori: scalar, vectorial, mixt. Ecuații vectoriale pentru dreaptă, plan, cerc, sferă.

### 2. Geometrie analitică

Coordonate în plan și spațiu. Dreapta în spațiu. Planul în spațiu. Perpendiculara comună a două drepte. Conice și quadrice. Reducerea la forma canonică a conicelor și quadricelor.

## **PROGRAMA - SECȚIUNEA D – MATEMATICI SPECIALE - facultăți tehnice**

### **Anul II-III**

#### 1. Funcții complexe

Funcții olomorfe. Condițiile Cauchy-Riemann. Serii Taylor. Serii Laurent. Funcții elementare. Formula integrală a lui Cauchy. Teorema reziduurilor și semireziduurilor. Aplicații la calculul unor clase de integrale reale

#### 2. Transformate integrale.

Serii Fourier. Inegalitatea lui Bessel, formula lui Parseval. Transformata Fourier. Aplicații. Transformata Laplace. Aplicații.